

Interferencja
polaryzacja
polaryzator
analizator

Interferencja fal dowolnie spolaryzowanych

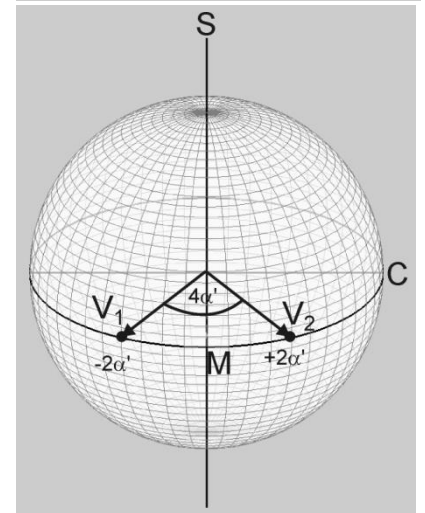
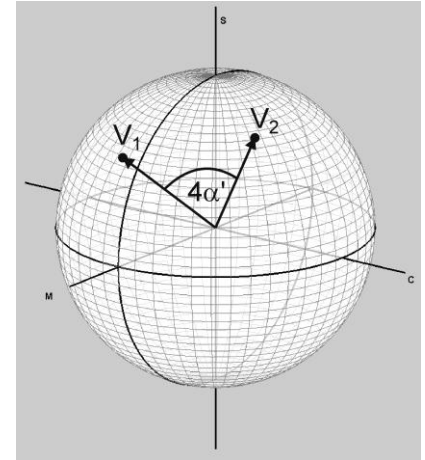
Założenia:

interferują dwie fale całkowicie spolaryzowane o różnych stanach polaryzacji (α_1, ϑ_1) , (α_2, ϑ_2) , i natężeniach I_1, I_2 , między którymi występuje pewna różnica faz Δ

$$\cos 4\alpha' = (M_1, C_1, S_1) \cdot (M_2, C_2, S_2)$$

Można pokazać, że wynik interferencji nie zależy od każdego z parametrów polaryzacyjnych z osobna, a jedynie od kąta pomiędzy zredukowanymi wektorami Stokesa fal interferujących, czyli „kąta pomiędzy stanami polaryzacji” α'

Zamiast ogólnego przypadku wystarczy zatem rozpatrzyć interferencję fal liniowo spolaryzowanych o przeciwnych azymutach $\pm\alpha'$



Interferencja fal dowolnie spolaryzowanych

$$I' = (I_1 + I_2)(1 + K \cdot \cos \Delta)$$

K – kontrast prążków interferencyjnych

$$K = \cos 2\alpha' \sin 2\mu$$

$$\tan^2 \mu = \frac{I_1}{I_2}$$

$$M' = \frac{\cos 2\alpha' + \sin 2\mu \cos \Delta}{1 + \cos 2\alpha' \sin 2\mu \cos \Delta}$$

$$C' = \frac{\sin 2\alpha' \cos 2\mu}{1 + \cos 2\alpha' \sin 2\mu \cos \Delta}$$

$$S' = \frac{\sin 2\alpha' \sin 2\mu \sin \Delta}{1 + \cos 2\alpha' \sin 2\mu \cos \Delta}$$

Interferencja fal dowolnie spolaryzowanych

Fale spolaryzowane tak samo

$$\alpha' = 0^\circ$$

$$I' = (I_1 + I_2)(1 + \sin 2\mu \cdot \cos \Delta)$$

$$M' = 1$$

$$C' = 0$$

$$S' = 0$$

$$K = \sin 2\mu$$

Prążki interferencyjne są,
ich kontrast zależy od stosunku natężeń

Fale spolaryzowane ortogonalnie

$$\alpha' = 45^\circ$$

$$I' = I_1 + I_2$$

$$M' = \sin 2\mu \cos \Delta$$

$$C' = \cos 2\mu$$

$$S' = \sin 2\mu \sin \Delta$$

$$K = 0$$

Nie ma prążków interferencyjnych

Interferencja fal własnych ośrodka dwójłomnego

Założenia:

liniowo spolaryzowana fala pada na ośrodek liniowo dwójłomny i dichroiczny

$$\alpha_f = 45^\circ$$

$$\vartheta_f = 0^\circ$$

$$\tan \mu = \frac{T_s^2}{T_f^2}$$

$$T_{fs}^2 = \frac{T_f^2 + T_s^2}{2}$$

$$V' = T_{fs}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & * & * \\ 0 & \sin 2\mu \cos \gamma & * & * \\ \cos 2\mu & 0 & * & * \\ 0 & \sin 2\mu \sin \gamma & * & * \end{bmatrix} I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I' = \frac{T_f^2 + T_s^2}{2} I_0$$

$$M' = \sin 2\mu \cos \gamma$$

$$C' = \cos 2\mu$$

$$S' = \sin 2\mu \sin \gamma$$

Wzory te same co w poprzednim przypadku

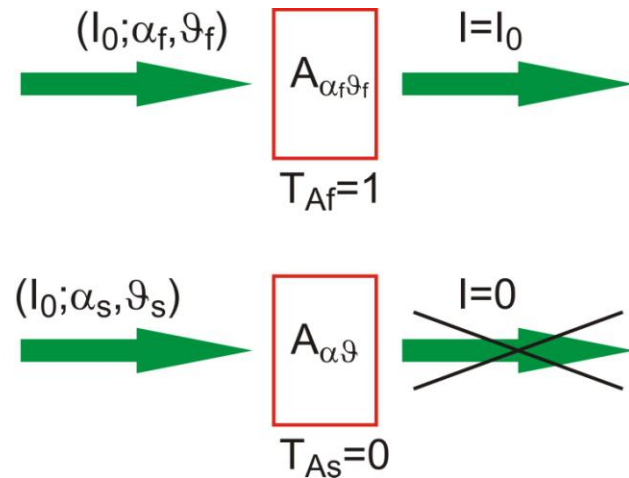
Nie ma prążków interferencyjnych

Analizator jako sprawca interferencji

Idealny analizator eliptyczny $A_{\alpha\vartheta}$

Taki element (układ) optyczny, który odpowiada na pytanie, w jakim stopniu analizowane światło jest spolaryzowane pod kątem azymutu α i kątem eliptyczności ϑ . Miarą tego stopnia jest stosunek natężeń światła za analizatorem i światła przed analizatorem (współczynnik transmisji); dla idealnego analizatora współczynniki te wynoszą odpowiednio:

- 1 gdy stan polaryzacji analizowanego światła jest taki sam jak stan własny analizatora,
- 0 gdy stan polaryzacji światła jest ortogonalny do stanu własnego analizatora.



Ponieważ analizowane światło jest eliptycznie spolaryzowane, analizator eliptyczny jest zbudowany NAJPIERW z płytki dwójłomnej, a POTEM z polaryzatora liniowego (wstawienie płytki dwójłomnej ZA polaryzator nie zmienia natężenia światła padającego na rejestrator natężenia światła).

UWAGA: o ile stan polaryzacji światła za **polaryzatorem eliptycznym** jest **eliptyczny**, o tyle za **analizatorem eliptycznym** jest zazwyczaj **liniowy**.

Natężenie światła za idealnym analizatorem eliptycznym

Założenie:

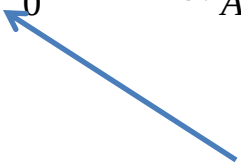
- padające światło: całkowicie spolaryzowane α_f, ϑ_f
- analizator: idealny analizator eliptyczny

Natężenie światła za analizatorem eliptycznym

$$I' = \frac{I_0}{2} (1, M_A, C_A, S_A) \cdot (1, M_f, C_f, S_f)$$

$$I' = \frac{I_0}{2} (1 + M_A M_f + C_A C_f + S_A S_f)$$

$$I' = \frac{I_0}{2} (1 + \cos 2\alpha_{A,f}) = I_0 \cos^2 \alpha_{A,f}$$



Prawo Malusa

Natężenie światła za idealnym analizatorem eliptycznym

Założenie:

- padające światło: całkowicie spolaryzowane $\alpha_s = \alpha_s + 90^\circ, = -\vartheta_f$
- analizator: idealny analizator eliptyczny

Natężenie światła za analizatorem eliptycznym

$$I' = \frac{I_0}{2} (1, M_A, C_A, S_A) \cdot (1, -M_f, -C_f, -S_f)$$

$$I' = \frac{I_0}{2} (1 - M_A M_f - C_A C_f - S_A S_f)$$

$$I' = \frac{I_0}{2} (1 - \cos 2\alpha_{A,f}) = I_0 \sin^2 \alpha_{A,f}$$

Interferencja za analizatorem

Przed analizatorem:

- interferujące fale mają **ortogonalne** stany polaryzacji,
- zjawisko interferencji z **zerowym** kontrastem prążków **K=0**.

Za analizatorem:

- interferujące fale mają **ten sam** stan polaryzacji
- zjawisko interferencji fal z **niezerowym** kontrastem prążków **K=sin²α_{A,f}**,
- kontrast prążków zależy od orientacji analizatora względem azymutów interferujących fal, K=1 dla kąta 2α_{A,f}=45°
- stosunek natężeń fal I_f , I_s interferujących zależy od azymutów tych fal względem azymutu analizatora

$$I_f = A_f^2 = I_0 \cdot \cos^2 \alpha_{A,f}$$

$$I_s = A_s^2 = I_0 \cdot \sin^2 \alpha_{A,f}$$

$$I' = 0.5 I_0 (1 + \sin 2\alpha_{f,s} \cdot \cos \Delta)$$

Ośrodek dichroiczny jako polaryzator, polaryzator jako ośrodek dichroiczny

Założenia:

- padające światło: częściowo spolaryzowane oraz liniowo o kącie azymutu 0°
- ośrodek dwójłomny: dichroiczny liniowy o kącie azymutu 0°

$$V' = T_{fs}^2 \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\mu & * & * \\ \cos 2\mu & 1 & * & * \\ 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{bmatrix} I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = T_{fs}^2 I_0 \begin{bmatrix} 1 + p \cdot \cos 2\mu \\ p + \cos 2\mu \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$p' = \left| \frac{p + \cos 2\mu}{1 + p \cdot \cos 2\mu} \right| \geq p$$

Nie ma takiego ośrodka,
dla którego $p' < p$!

Światło niespolaryzowane $p=0$

$$p' = |\cos 2\mu|$$

Ośrodek niedichroiczny $\mu=45^\circ$

$$p' = p$$

Natężenie światła, koherencja, polaryzacja

Światło całkowicie spolaryzowane

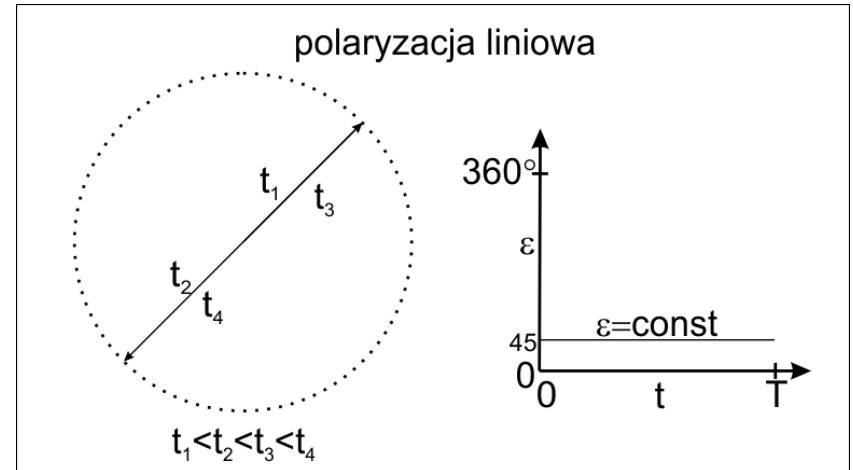
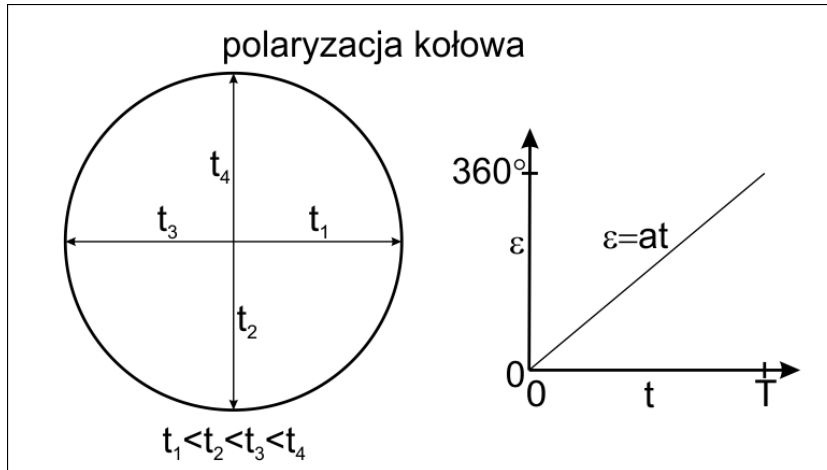
$$\vec{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} A_x \exp(i\delta_x) \\ A_y \exp(i\delta_y) \end{bmatrix} \exp[i(\omega t - kz)] \quad A_x, A_y, \delta_x, \delta_y - \text{stałe}$$

$$\boxed{\vec{\mathbf{P}} \equiv \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}}} \quad - \text{wektor Poyntinga} \quad \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \hat{\mathbf{s}} \times \vec{\mathbf{E}} = \sqrt{\mu \mu_0} \vec{\mathbf{H}}$$

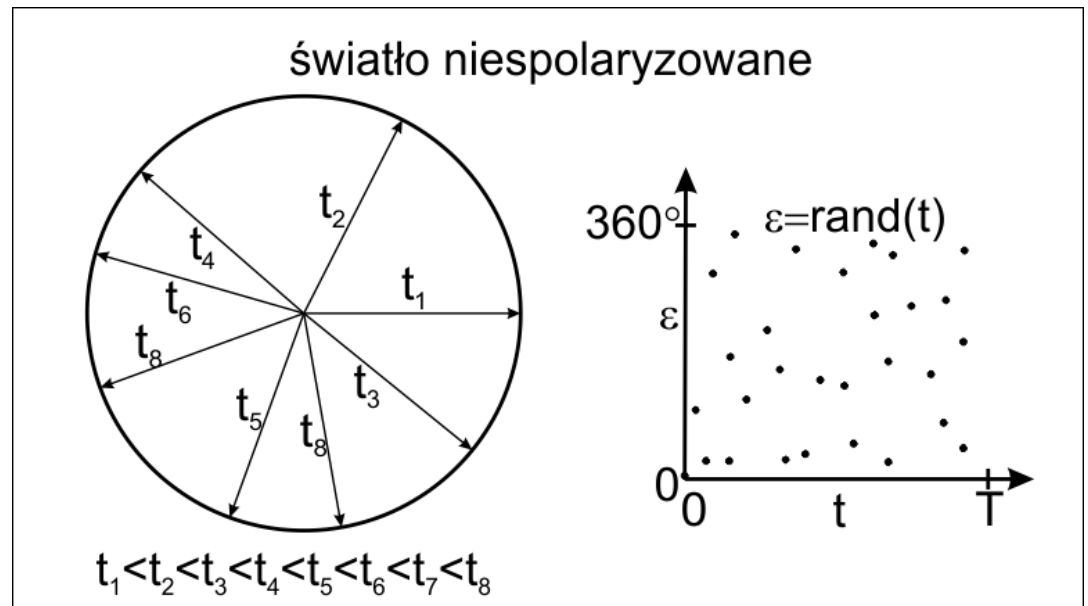
$$\vec{\mathbf{P}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} \vec{\mathbf{E}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \vec{\mathbf{E}}) = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} \left[\hat{\mathbf{s}} |\vec{\mathbf{E}}|^2 - \vec{\mathbf{E}} (\vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{s}}) \right]$$

$$\boxed{I \equiv \frac{\langle |\vec{\mathbf{P}}| \rangle}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}}}} \quad \vec{\mathbf{E}} \perp \hat{\mathbf{s}} \Rightarrow \vec{\mathbf{P}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} |\vec{\mathbf{E}}|^2 \hat{\mathbf{s}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} (\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{E}}^*) \hat{\mathbf{s}} \quad I = \langle |A_x|^2 + |A_y|^2 \rangle$$

Światło całkowicie niespolaryzowane



$\delta(t)$ – funkcja losowa
Brak korelacji między
ortogonalnymi drganiami



Światło częściowo spolaryzowane

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} A_x(t) \exp[i\delta_x(t)] \\ A_y(t) \exp[i\delta_y(t)] \end{bmatrix} \exp[i(\langle \omega \rangle t - kz)] \quad \delta(t) = \delta_y(t) - \delta_x(t)$$

Wstawienie polaryzatora – interferencja „ortogonalna” przechodzi w interferencję „równoległą” (polaryzator powoduje rzutowanie ortogonalnych drgań na jeden wspólny kierunek – kierunek przepuszczania polaryzatora)

$$\vec{E}_A = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \vec{E} \quad \vec{E}_A = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \underbrace{\left[\cos \alpha \cdot A_x \exp(i\delta_x) + \sin \alpha \cdot A_y \exp(i\delta_y) \right]}_{\text{człon interferencyjny}} \exp[i(\omega t - kz)]$$

$$I_A = I_{xx} \cos^2 \alpha + I_{yy} \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{Re} \left[I_{xy} \exp(-i\bar{\delta}) \right] \quad \bar{\delta} = \langle \delta(t) \rangle$$

$$I_{xx} = \langle E_x E_x^* \rangle, I_{xy} = \langle E_x E_y^* \rangle$$

$$I_{yx} = \langle E_y E_x^* \rangle, I_{yy} = \langle E_y E_y^* \rangle$$

$$[K] = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{yx} & I_{yy} \end{bmatrix}$$

Światło częściowo spolaryzowane

$$\frac{I_{xy}}{\sqrt{I_{xx}}\sqrt{I_{yy}}} = \mu_{xy} = |\mu_{xy}| \exp(i\beta_{xy}) \quad \text{zespolony współczynnik korelacji}$$

$$I_A = I_{xx} \cos^2 \alpha + I_{yy} \sin^2 \alpha + 2\sqrt{I_{xx}}\sqrt{I_{yy}} \sin \alpha \cos \alpha |\mu_{xy}| \cos(\beta_{xy} - \bar{\delta})$$

$$C \equiv \frac{I_A(\bar{\delta})_{\max} - I_A(\bar{\delta})_{\min}}{I_A(\bar{\delta})_{\max} + I_A(\bar{\delta})_{\min}} = \frac{|I_{xy}| \sin 2\alpha}{I_{xx} \cos^2 \alpha + I_{yy} \sin^2 \alpha}$$

$$E_1 = \sqrt{I_{xx}} \cos \alpha, E_2 = \sqrt{I_{yy}} \sin \alpha$$

$$I_A = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 |\mu_{xy}| \cos(\beta_{xy} - \bar{\delta})$$

Macierz koherencji

$$[K] = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{yx} & I_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* \rangle & \langle E_x E_y^* \rangle \\ \langle E_y E_x^* \rangle & \langle E_y E_y^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle A_x^2 \rangle & \langle A_x A_y \exp(+i\delta) \rangle \\ \langle A_x A_y \exp(-i\delta) \rangle & \langle A_y^2 \rangle \end{bmatrix}$$

Natężenie światła

$$I = \text{Tr}[K]$$

Światło niespolaryzowane

$$[K_n] = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} = 0.5 I_n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_n = \text{Tr}[K_n]$$

Światło całkowicie spolaryzowane

$$[K_s] = \begin{bmatrix} B & D \\ D^* & C \end{bmatrix}, \det[K_s] = 0$$

$$I_s = \text{Tr}[K_s]$$

Światło częściowo spolaryzowane

$$p \equiv \frac{I_s}{I}$$

$$p = \sqrt{1 - \frac{4 \det[K]}{(\text{Tr}[K])^2}}$$